

BRK-011 · De los infinitos electrodinámicos a las escalas de Wilson

BRK · Rupturas conceptuales

Juan Segurola · All Rights Reserved

Un infinito en un cálculo no es un resultado experimental. Es una advertencia de que la relación entre una descripción matemática y una magnitud medida todavía no está bajo control. En la teoría de campos del siglo XX, la renormalización pasó de ser una manera de obtener predicciones finitas en una teoría difícil a convertirse en una forma más amplia de investigar cómo cambian las descripciones con la escala.

Ese desarrollo no siguió una línea recta desde un truco embarazoso hasta una interpretación final inevitable. Los problemas de la electrodinámica cuántica y los problemas próximos a los puntos críticos termodinámicos surgieron en contextos experimentales distintos. Su conexión posterior cambió las preguntas que los físicos podían plantear a una teoría, además de las técnicas disponibles para responderlas.

1. Una discrepancia suficientemente pequeña para medirla y suficientemente grande para importar

El problema de finales de la década de 1940 no consistía solo en que los cálculos contuvieran infinitos. Las mediciones atómicas también exigían correcciones pequeñas y definidas de las predicciones más sencillas. El artículo de Bethe de 1947 calculó una contribución electromagnética al desplazamiento de los

niveles de energía del hidrógeno. Utilizó un tratamiento aproximado, en lugar de una solución relativista completa. [1]

La lógica de ese cálculo depende de distinguir una diferencia de energía observable de un parámetro antes de relacionarlo con la medición. Una fórmula puede contener tanto una corrección como una magnitud denominada masa del electrón. A menos que se especifique la relación de esta última con la masa medida experimentalmente, añadir la corrección puede contar dos veces parte del mismo efecto físico.

Por eso, restar una contribución divergente no es automáticamente legítimo ni ilegítimo. La pregunta es qué se ha definido, qué se ha medido y qué relaciones conservan capacidad predictiva después de esas definiciones. Una sustracción arbitraria ajustada por separado a cada observación explicaría poco. Una prescripción coherente que fije un pequeño conjunto de magnitudes puede restringir muchos otros resultados.

2. La precisión permitió poner a prueba un programa de cálculo

El cálculo de Schwinger de 1948 abordó otro observable: el momento magnético del electrón. Su corrección principal al resultado más sencillo de Dirac se expresa mediante el coeficiente del momento anómalo $\alpha/(2\pi)$, donde α es la constante de estructura fina. Esto conectó el tratamiento teórico con una desviación finita y medible, en lugar de con un infinito considerado de forma aislada. [2]

La aproximación ilustrativa $\alpha = 1/137$ da $\alpha/(2\pi) \approx 0,001162$. Esta es la contribución principal a la anomalía adimensional $(g - 2)/2$, no la predicción moderna completa ni el valor de g . Confundir esta anomalía con $g - 2$ produciría un error de un factor dos.

Confundirla con g , aproximadamente 2,002323 a este orden, sería un error distinto y mucho mayor.

Quedan por calcular términos de orden superior. El acuerdo a un orden no demuestra la convergencia de la serie perturbativa ni su completitud a distancias arbitrariamente pequeñas.

3. Más de una vía hacia las mismas predicciones

En su conferencia Nobel de 1965, Tomonaga describe el trabajo de su grupo junto al de Schwinger y Feynman, y la demostración de Dyson de que el procedimiento de renormalización trata las divergencias hasta órdenes perturbativos arbitrariamente altos. Es un relato retrospectivo de un participante, valioso por su descripción del programa técnico, pero no un recuento neutral de todas las respuestas contemporáneas. [3]

El logro de 1947–1949 fue un tratamiento sistemático que iba más allá de una corrección especialmente elegida. La coherencia relativista y la organización del cálculo importaban porque la misma teoría debía sustentar múltiples predicciones.

Resulta engañoso describirlo únicamente como una decisión de los físicos de ignorar el infinito. La regularización introduce una prescripción intermedia controlada; la renormalización relaciona parámetros y predicciones con condiciones físicas especificadas. Si el regulador puede eliminarse, y en qué sentido, es otra pregunta. Mantener separadas estas operaciones explica por qué el éxito podía coexistir con la preocupación por los fundamentos.

4. La pregunta intermedia que faltaba: ¿qué carga y a qué escala?

Las predicciones finitas no pusieron fin a la pregunta de cómo se definía una teoría renormalizada. En 1953, Stueckelberg y

Petermann trataron las transformaciones entre distintas reparametrizaciones finitas de la QED. Wilson identifica ese trabajo como una formulación temprana del grupo de renormalización. Una teoría podía representarse mediante distintas elecciones de parámetros sin que esas elecciones constituyeran teorías físicas diferentes. [4]

El artículo de Gell-Mann y Low de 1954 investigó la QED a distancias pequeñas. Relacionaron el comportamiento de las funciones de propagación a momentos grandes con las constantes de renormalización y examinaron la distribución de carga alrededor de una carga de prueba. El problema no era otra corrección atómica aislada: concernía a cómo se comporta la misma teoría cuando cambia la distancia investigada. [5]

Wilson explica la conexión en términos de una familia de parámetros de carga definidos a distintas escalas de momento, relacionados por una ecuación diferencial. Identifica esa ecuación como una predecesora de la suya. La conexión atañe, por tanto, a la transformación entre descripciones de una teoría, no a una semejanza entre dos usos de la palabra «renormalización». [4]

Esto hizo productiva una ambigüedad en la parametrización. En lugar de preguntar únicamente qué valor finito debía sustituir a un parámetro desnudo, se podía preguntar cómo se relacionan los valores definidos a distintas escalas de referencia. Las predicciones físicas deben relacionarse de manera coherente entre esas elecciones. Una carga medida a gran distancia no puede tratarse sin más como un dato de entrada no examinado a cualquier distancia menor.

5. Un problema de teoría de campos se encuentra con los fenómenos críticos

La trayectoria de Wilson comenzó en la teoría de campos de partículas. En su relato retrospectivo, un modelo dividido en franjas de momento bien separadas le permitió eliminar una franja de alta energía y obtener un hamiltoniano modificado para las restantes. Esa construcción proporcionó una base concreta para la renormalización sucesiva. Su encuentro con la descripción de escala de Kadanoff de 1966 conectó después ese trabajo con los fenómenos críticos. [4]

El artículo de 1971 desarrolló explícitamente la descripción de Kadanoff mediante métodos del grupo de renormalización. Los fenómenos críticos proporcionaban un contexto en el que las fluctuaciones a muchas escalas debían tratarse conjuntamente, en lugar de como una pequeña corrección de una descripción media. La transformación del modelo se convirtió en un objeto de cálculo. [6]

Estas etapas no deben fundirse en un único descubrimiento. Cambiar parametrizaciones finitas de la QED, estudiar el comportamiento a distancias pequeñas y eliminar grados de libertad de un modelo son operaciones relacionadas que parten de problemas diferentes. Su conexión histórica es más sólida cuando esas diferencias permanecen visibles. Se debilita cuando todo el desarrollo se cuenta como una lección genérica según la cual las escalas grandes y pequeñas tienen aspectos distintos.

La explicación conceptual de los puntos fijos y la universalidad corresponde a IDE-006. Aquí, el cambio importante es el desplazamiento de una pregunta técnica entre contextos de investigación: ¿cómo cambia, al modificar la resolución, el conjunto de parámetros e interacciones que deben conservarse? El problema anterior de la QED aportó parte del linaje matemático;

los fenómenos críticos convirtieron la transformación de escala en una vía sistemática hacia nuevas predicciones.

6. Qué cambió en las exigencias de la explicación

Las relaciones entre parámetros desnudos y medidos, entre escalas de renormalización y entre modelos efectivos sucesivos son distintas. Su conexión histórica no fue ni un único truco de sustracción ni una invención repentina en 1971.

Los cálculos atómicos finitos siguen siendo evidencia importante del programa anterior. El análisis posterior de escala añadió una manera de investigar por qué una descripción funciona en un intervalo y cómo deben cambiar sus parámetros cuando cambia ese intervalo. No estableció la convergencia de toda expansión perturbativa ni convirtió toda teoría divergente en una teoría coherente.

La ruptura fue, por tanto, un cambio en lo que podía estudiarse: la dependencia de una descripción teórica respecto de su escala podía convertirse en un problema organizado. El relato de Wilson como participante documenta una vía de acceso a ese problema. No debe confundirse con evidencia de que todos sus contemporáneos entendieran el desarrollo de la misma manera o lo aceptaran de inmediato.

Lectura relacionada

El artículo BRK 010, «Las leyes deterministas dejan de garantizar la predicción práctica», distingue la existencia de ecuaciones rectoras de las condiciones necesarias para una predicción útil.

Referencias

- [1] Bethe, H. A. "The Electromagnetic Shift of Energy Levels." *Physical Review* 72, 339–341 (1947). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.72.339>

- [2] Schwinger, J. "On Quantum-Electrodynamics and the Magnetic Moment of the Electron." *Physical Review* 73, 416–417 (1948). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.73.416>
- [3] Tomonaga, S. "Development of Quantum Electrodynamics." Conferencia Nobel (1965). <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1965/tomonaga/lecture/>
- [4] Wilson, K. G. "The Renormalization Group and Critical Phenomena." Conferencia Nobel (1982). <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1982/wilson/lecture/>
- [5] Gell-Mann, M., y Low, F. E. "Quantum Electrodynamics at Small Distances." *Physical Review* 95, 1300–1312 (1954). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.95.1300>
- [6] Wilson, K. G. "Renormalization Group and Critical Phenomena. I. Renormalization Group and the Kadanoff Scaling Picture." *Physical Review B* 4, 3174–3183 (1971). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.4.3174>