

BRK-010 · Las leyes deterministas dejan de garantizar la predicción práctica

BRK · Rupturas conceptuales

Juan Seguro · All Rights Reserved

Una ecuación determinista especifica cómo evoluciona un estado. No promete que ese estado pueda medirse con exactitud ilimitada ni que un pequeño error de medición siga siendo pequeño. Separar estas afirmaciones cambió lo que significaba comprender un sistema físico. Una ley podía seguir siendo definida mientras una predicción detallada dejaba de ser fiable.

No fue un único descubrimiento que derribara una creencia universalmente aceptada en la predicción perfecta. Los trabajos matemáticos anteriores ya habían puesto de manifiesto dificultades en el comportamiento de las trayectorias. El desarrollo posterior de la investigación del caos concretó esas dificultades en modelos relativamente sencillos e hizo de la propia sensibilidad un objeto de cálculo.

1. La condición ausente en una promesa de predicción

La discusión del azar de Poincaré en *Science et méthode* distinguía la dependencia exacta de las condiciones iniciales de la predictibilidad práctica. Describía cómo una pequeña discrepancia inicial podía convertirse en una gran discrepancia posterior. Su importancia reside en el carácter condicional de la predicción: conocer aproximadamente el presente permite conocer aproximadamente el futuro solo cuando la dinámica conserva la exactitud pertinente. [1]

Un sistema estable conocido ayuda a aclarar el contraste. Dos desplazamientos iniciales ligeramente distintos de un oscilador amortiguado pueden converger hacia el mismo estado de reposo. La incertidumbre inicial importa entonces cada vez menos para una pregunta sobre su posición final. El determinismo por sí solo no establecía esa convergencia; lo hacía la dinámica particular.

Imaginemos ahora una evolución que estira repetidamente una pequeña región de estados posibles. Aunque cada estado exacto tenga un futuro único, el conjunto de futuros permitido por la incertidumbre inicial puede extenderse. El investigador no ha perdido la regla que gobierna el sistema. Esa regla ha transformado una incertidumbre observacional modesta en una limitación predictiva importante.

2. Un pequeño modelo atmosférico con una dificultad inesperada

El artículo de Lorenz de 1963 estudió un conjunto de ecuaciones diferenciales deterministas motivadas por la convección. Sus soluciones numéricas mostraban un comportamiento acotado y no periódico sensible a pequeños cambios del estado inicial. Era un sistema matemático deliberadamente reducido, no un modelo operativo completo de la atmósfera. [2]

Esta distinción importa en ambos sentidos. Como el sistema era pequeño, no podía atribuirse sin más su comportamiento irregular a un inventario enorme de causas externas desconocidas. Pero, como era reducido, tampoco podía asignarse directamente su comportamiento numérico preciso al tiempo atmosférico real. Establecía una posibilidad y un mecanismo en un modelo especificado.

El ordenador no era simplemente una calculadora más rápida de una respuesta conocida. La integración repetida permitía

examinar trayectorias durante intervalos en los que se hacía visible la divergencia. Sin embargo, el cálculo numérico también introducía una pregunta que cualquier interpretación convincente debía afrontar: ¿la irregularidad era una propiedad de las ecuaciones o un artefacto de la aproximación y el redondeo?

Un gráfico aparentemente errante no basta para responder. Hay que examinar la estabilidad, los métodos numéricos y la geometría de la evolución. El avance conceptual consistió en investigar la irregularidad dentro del sistema determinista, en vez de suponer de antemano que debía representar una entrada aleatoria ausente.

3. Qué dice una estimación del crecimiento del error

Como ilustración local sencilla, supongamos que una pequeña incertidumbre crece aproximadamente como $\delta(t) = \delta(0) \exp(\lambda t)$, con λ positivo. Esta expresión es una aproximación en un régimen donde la separación exponencial resulta una descripción útil. No es una ley universal de cualquier perturbación en cualquier momento.

Si el error máximo útil es Δ , el horizonte de predicción resultante es aproximadamente $\ln[\Delta/\delta(0)]/\lambda$. Mejorar la medición inicial ayuda, pero en este modelo el beneficio es logarítmico. Reducir el error inicial por un factor de diez añade $\ln(10)/\lambda$ al horizonte; no multiplica ese horizonte por diez.

Para los valores ilustrativos $\lambda = 0,5$ por día y una razón entre tolerancia y error inicial de 100, el horizonte es de unos 9,21 días. Mejorar diez veces la precisión inicial hace que la razón sea 1 000 y el horizonte de unos 13,82 días. Son valores hipotéticos, no constantes estimadas del tiempo atmosférico terrestre.

El cálculo separa tres contribuciones a una predicción: la incertidumbre al inicializarla, la rapidez con la que crece y la

exactitud que requiere el uso previsto. No existe un horizonte único independiente de la pregunta. Predecir una distribución amplia de probabilidades puede seguir siendo útil después de que una trayectoria precisa haya perdido su utilidad.

4. Las reglas sencillas no tienen por qué producir un comportamiento sencillo a largo plazo

La discusión de May de 1976 sobre ecuaciones en diferencias no lineales mostró por qué una relación de recurrencia breve no tiene por qué producir un catálogo breve de comportamientos. Según sus parámetros, una aplicación sencilla puede acercarse a un punto fijo, recorrer cíclicamente varios valores o mostrar comportamiento caótico. [3]

Consideremos la aplicación logística ilustrativa $x_{\text{next}} = r x(1 - x)$, con x entre cero y uno y un r positivo adecuado. La fórmula es determinista: si se le da un valor actual y un parámetro exactos, devuelve un único valor siguiente. Ese hecho no nos dice si valores iniciales próximos siguen próximos ni si una iteración prolongada converge a un punto fijo.

La aplicación no constituye evidencia de que toda población siga una recurrencia logística, y mucho menos de que todo desarrollo social sea caótico. Aplicarla a un sistema real requiere justificar la variable de estado, el intervalo de actualización y los procesos omitidos. Una demostración útil de posibilidad matemática puede resultar engañosa si se convierte en una explicación universal sin apoyo.

5. Irregularidad, aleatoriedad y evidencia

El caos determinista no es la misma afirmación que la aleatoriedad cuántica. Uno se refiere al comportamiento de trayectorias generadas por una dinámica especificada; la otra, a la estructura

probabilística y la interpretación de los resultados cuánticos. Llamar impredecibles a ambos no vuelve intercambiables sus mecanismos.

Tampoco puede clasificarse toda serie temporal experimental irregular como caótica por su aspecto. El ruido de medición, un forzamiento externo cambiante y un modelo inadecuado pueden generar registros complicados. La evidencia de caos determinista requiere más que el parecido con un gráfico célebre. La dinámica propuesta debe explicar características que las explicaciones rivales no expliquen igualmente.

El caos también deja algunas preguntas abordables. Un sistema puede tener una descripción estadística útil aunque sus trayectorias individuales diverjan rápidamente. El fracaso de un tipo de predicción puede motivar otro, siempre que las regularidades estadísticas se establezcan en vez de suponerse.

6. La nueva obligación explicativa

Después de este cambio conceptual, presentar una ecuación determinista ya no bastaba para justificar una predicción indefinidamente detallada. El investigador debía explicar también la incertidumbre inicial, la estabilidad, la aproximación y el observable predicho. La ley y la predicción se habían convertido en logros distintos.

Esto no redujo la explicación a la impotencia. La hizo más específica. Una teoría exitosa podía describir por qué fallan las predicciones detalladas, cómo cambia su horizonte útil y qué propiedades más generales siguen siendo predecibles. La ruptura importante fue perder una garantía injustificada y, a la vez, adquirir nuevas formas de calcular los límites del conocimiento.

Lectura relacionada

El artículo BRK 011, «De los infinitos electrodinámicos a las escalas de Wilson», sigue otro caso en que las condiciones bajo las que un cálculo tiene sentido pasaron a formar parte de la explicación científica.

Referencias

- [1] Poincaré, H. *Science et méthode* (1908), libro I, capítulo IV, “Le hasard.” https://fr.wikisource.org/wiki/Science_et_m%C3%A9thode
- [2] Lorenz, E. N. “Deterministic Nonperiodic Flow.” *Journal of the Atmospheric Sciences* 20, 130–141 (1963). [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1963\)020%3C0130:DNF%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020%3C0130:DNF%3E2.0.CO;2)
- [3] May, R. M. “Simple mathematical models with very complicated dynamics.” *Nature* 261, 459–467 (1976). <https://doi.org/10.1038/261459a0>