

Cálculo, límites e infinitesimales

Juan Seguro

Pregunta central

¿Cómo se convirtieron los trabajos del siglo XVII sobre tangentes, áreas, movimiento y series infinitas en el cálculo diferencial e integral, y por qué sus fundamentos solo se repararon más tarde?

Contexto histórico y evolutivo

Los problemas de área, tangencia, movimiento y acumulación se habían abordado durante siglos. Los métodos griegos de agotamiento podían establecer resultados rigurosos para áreas y volúmenes concretos, y matemáticos medievales y de comienzos de la Edad Moderna desarrollaron trabajos sofisticados sobre indivisibles, series y cinemática. Faltaba una maquinaria simbólica general que pudiera tratar el cambio y la acumulación como operaciones relacionadas sistemáticamente.

¿Qué podían saber las comunidades antes de esta transición?

Antes de Newton y Leibniz, los métodos griegos de agotamiento, la cinemática medieval, los indivisibles de Cavalieri, el trabajo de Fermat sobre tangentes y extremos, los resultados geométricos de Barrow y las técnicas de series infinitas de la escuela de Kerala ya habían resuelto importantes problemas particulares. Lo que faltaba en Europa era un simbolismo general compacto y un conjunto de operaciones que vincularan tasas de cambio y acumulación en muchos problemas.

¿Qué cambió?

Dos construcciones del siglo XVII

Newton desarrolló métodos de fluxiones durante la década de 1660, concibiendo las cantidades como generadas por movimiento continuo y sus tasas como fluxiones. Gran parte de este trabajo permaneció sin publicar durante años. Leibniz desarrolló de forma independiente una notación diferencial e integral y publicó un breve artículo de cálculo en 1684, seguido de trabajos sobre integración en 1686. Su notación, incluidos la diferencial d y el signo integral, resultó especialmente adaptable para la comunicación y el análisis posterior.

La disputa de prioridad entre Newton y Leibniz se nacionalizó y se volvió amarga. El tratamiento histórico moderno reconoce un desarrollo independiente en lugar de reducir el tema a un único inventor. Las dos tradiciones también diferían en notación, estilo y redes de seguidores.

De técnicas a un lenguaje general

El cálculo conectó dos clases de problemas: el cambio instantáneo y la cantidad acumulada. La relación fundamental entre diferenciación e integración hizo que muchos problemas geométricos y físicos pudieran transformarse unos en otros. Fue un cambio epistémico porque convirtió trucos locales en un sistema representacional reutilizable.

Pero los primeros fundamentos no estaban plenamente asegurados. Los infinitesimales y los incrementos infinitamente pequeños funcionaban poderosamente en el cálculo, aunque seguían siendo discutidos filosófica y matemáticamente. Los analistas del siglo XVIII ampliaron las técnicas mucho más deprisa de lo que aclararon sus fundamentos.

Límites y reparación posterior de los fundamentos

El concepto moderno epsilon-delta de límite pertenece principalmente al análisis del siglo XIX, no a Newton o Leibniz. Cauchy, Weierstrass y otros proporcionaron después definiciones más explícitas de continuidad, convergencia y límite. PIO trata, por tanto, los «límites» como la consolidación fundacional posterior de una revolución computacional del siglo XVII.

Esto importa porque las herramientas científicas suelen ser productivas antes de que sus fundamentos conceptuales estén completamente estabilizados. El cálculo podía resolver problemas de mecánica y astronomía mientras continuaban los debates sobre los infinitesimales.

Relación con la mecánica newtoniana

La mecánica newtoniana y el cálculo se desarrollaron en paralelo e interactuaron profundamente, pero no deben confundirse. Los *Principia* de 1687 se escribieron en gran medida en forma geométrica. La mecánica posterior, la teoría de perturbaciones celestes, la dinámica de fluidos y la física matemática utilizaron cada vez más ecuaciones diferenciales y métodos analíticos que transformaron el marco de Newton.

¿Por qué pudo surgir esta capacidad?

Una densa cultura de problemas del siglo XVII en torno a astronomía, mecánica, óptica, curvas y series infinitas hizo valioso un cálculo general. Fermat, Barrow y Cavalieri fueron precursores europeos directos, mientras que la escuela de Kerala asociada a Madhava había desarrollado sofisticados resultados de series infinitas desde el siglo XIV; no se ha demostrado una transmisión histórica segura desde Kerala hasta Newton o Leibniz.

¿Qué formas posteriores de conocimiento hizo posibles?

El cálculo proporcionó un lenguaje general para la mecánica, la astronomía, los fluidos, los campos, la probabilidad y, más tarde, las ecuaciones diferenciales. El trabajo del siglo XIX sobre límites y rigor explicitó después supuestos que los usuarios del siglo XVII habían manejado a menudo mediante intuición geométrica o infinitesimales.

Nuevos límites y riesgos

El nuevo cálculo podía resolver problemas de movimiento, tangencia, cuadratura y acumulación de forma más rápida y general que los métodos geométricos anteriores, pero sus fundamentos iniciales no eran seguros. Infinitesimales, fluxiones y procedimientos límite se manipulaban a menudo con éxito antes de que los matemáticos compartieran una explicación de por qué esas operaciones eran válidas, dejando espacio para supuestos ocultos y argumentos formalmente persuasivos pero poco fiables. El trabajo del siglo XIX sobre límites y rigor redujo estas ambigüedades sin borrar el hecho histórico de que la técnica útil precedió a la claridad fundacional.

¿Qué cambió en la arquitectura del conocimiento?

Las matemáticas adquirieron un **lenguaje general de operadores para el cambio continuo**. Movimiento, crecimiento, curvatura, área y acumulación podían representarse dentro de un sistema formal común. Esto hizo calculables familias enteras de problemas físicos y creó un puente desde la geometría hacia las ecuaciones diferenciales.

Pérdida, exclusión e incertidumbre

Las historias estándar trataron durante mucho tiempo el cálculo como un relato de origen exclusivamente Newton-Leibniz. Ese enfoque puede ocultar a Fermat, Barrow, Cavalieri y, especialmente, la tradición anterior de series de Kerala asociada con Madhava. La corrección histórica no consiste en inventar una ruta de transmisión no documentada, sino en reconocer múltiples líneas de trabajo sofisticado sobre infinito, series, cuadraturas y cambio.

Mapa de dependencias

- RETROSPECTIVO ← PIO-024 Eudoxo, Arquímedes y los métodos de agotamiento
- RETROSPECTIVO ← PIO-033 Al-Juarismi y los procedimientos algebraicos
- INDIRECTO ← PIO-040 Cómo viajaron los numerales: India, Bagdad y Pisa
- PARALELO ← PIO-053 Newton, la mecánica y la gravitación universal
- INDIRECTO → PIO-063 Termodinámica y contabilidad de la energía
- INDIRECTO → PIO-067 Maxwell y la unificación electromagnética
- INDIRECTO → PIO-076 Einstein y el espacio-tiempo

Referencias

1. Leibniz, G. W. «Nova Methodus pro Maximis et Minimis...» *Acta Eruditorum* (1684).
2. Newton, I. *De Analysi per Aequationes Numero Terminorum Infinitas* (escrito en 1669; publicado posteriormente).
3. Guicciardini, N. *The Development of Newtonian Calculus in Britain, 1700-1800*. Cambridge University Press (1989).
4. Boyer, C. B. *The History of the Calculus and Its Conceptual Development*. Reimpresión de Dover (1959; original de 1949).