

# KNO-017 · ¿Son las matemáticas un lenguaje?

KNO · Formas de conocer

Juan Segurola

v0.6 · ES

Todos los derechos reservados

## Formas de conocer

**Perfil epistémico:** Interpretación científica actual **Licencia al publicar:** Todos los derechos reservados

## Resumen del artículo

A menudo se dice que las matemáticas son un lenguaje, pero ¿qué se está comparando exactamente cuando se afirma eso? Este artículo pregunta si la notación matemática, los sistemas formales, las prácticas de demostración, la abstracción y la modelización aplicada cumplen las mismas funciones que el lenguaje natural, o si la analogía solo funciona para algunas partes de las matemáticas. Examina sintaxis, semántica, interpretación, demostración, cálculo y representación cognitiva externa separando las expresiones matemáticas de las prácticas más amplias en las que se crean y justifican. También pregunta por qué los símbolos formales permiten manipulaciones extraordinariamente precisas sin portar significado por sí solos y por qué la eficacia de las matemáticas en ciencia no resuelve qué son en último término. La cuestión no es, por tanto, si las matemáticas usan lenguajes, sino hasta dónde puede llevarse la analogía antes de ocultar diferencias importantes.

## En 60 segundos

Una expresión matemática tiene sintaxis: los símbolos aparecen en disposiciones permitidas. En un sistema formal, unas reglas pueden determinar qué expresiones están bien formadas y qué inferencias están autorizadas. Eso hace que algunas partes de las matemáticas se parezcan a un lenguaje en un sentido técnico preciso. Pero los símbolos no llevan incorporada por sí solos su interpretación científica. Una misma estructura formal puede interpretarse en dominios diferentes, y una ecuación científica solo adquiere contenido empírico cuando cantidades, unidades, mediciones y reglas de correspondencia la conectan con observaciones. Las demostraciones matemáticas ordinarias tampoco suelen escribirse como derivaciones completamente formales. Mezclan símbolos con prosa, diagramas, convenciones y pasos omitidos que los lectores formados pueden reconstruir.

Llamar a las matemáticas «un lenguaje» es, por tanto, útil si significa que proporcionan sistemas de representación con sintaxis, reglas inferenciales y convenciones aprendidas. Se vuelve engañoso si implica que las matemáticas son simplemente otra lengua natural, que la notación constituye significado por sí misma o que la eficacia de las matemáticas demuestra que la realidad literalmente habla matemáticas.

## Por qué importa esta pregunta

Llamar lenguaje a las matemáticas puede iluminar cómo notación, sintaxis y convenciones compartidas hacen portable el razonamiento, pero la metáfora también puede ocultar diferencias entre manipulación formal, demostración, significado e interpretación empírica. La cuestión importa porque las matemáticas son centrales en casi toda ciencia cuantitativa y sus símbolos parecen a menudo más autosuficientes de lo que son. Entender qué aporta la notación y qué no puede aportar por sí sola ayuda a separar validez matemática de adecuación del modelo, cálculo de explicación y precisión formal de afirmaciones sobre el mundo.

### 1. Hay más de un sentido de «lenguaje»

Las lenguas naturales combinan sintaxis, semántica, pragmática y convención social. Los lenguajes formales aíslan deliberadamente algunas de estas características. En lógica clásica, un lenguaje formal puede especificarse como un conjunto recursivamente definido de cadenas sobre un alfabeto, mientras que las reglas deductivas y la semántica aportan estructura inferencial o interpretativa [S01].

Las matemáticas utilizan muchos sistemas formales o semiformales de este tipo, pero también recurren al lenguaje natural y a los diagramas. Por eso, la frase «las matemáticas son un lenguaje» no constituye una única tesis técnica. Puede referirse a la notación, a la sintaxis formal, a la demostración, a la comunicación o a la representación.

**[C01]** Partes de las matemáticas pueden representarse como lenguajes formales con sintaxis y reglas inferenciales explícitas, pero eso no establece por sí solo que toda la práctica matemática sea un único lenguaje formal. [S01,S02]

#### En qué punto estamos

Las lenguas naturales combinan sintaxis, semántica, pragmática y convención social. En lógica clásica, un lenguaje formal puede especificarse como un conjunto recursivamente definido de cadenas sobre un alfabeto, mientras que las reglas deductivas y la semántica aportan estructura inferencial o interpretativa [S01]. Los lenguajes formales aíslan deliberadamente algunas de estas características. La sección siguiente examina la idea de que la sintaxis todavía no es significado.

### 2. La sintaxis todavía no es significado

Una cadena puede estar bien formada sin especificar todavía qué denotan sus símbolos. Los textos de lógica distinguen sintaxis y semántica precisamente porque una expresión formal y una interpretación de esa expresión son objetos diferentes [S01].

Esto importa científicamente. La ecuación  $y = ax + b$  puede describir muchos sistemas, o ninguno, dependiendo de cómo se hagan corresponder sus símbolos con cantidades y condiciones. La validez formal, por tanto, no certifica la interpretación empírica.

**[C02]** Una sintaxis matemática bien formada no determina por sí sola el significado empírico de los símbolos manipulados. [S01]

### En qué punto estamos

Una cadena puede estar bien formada sin especificar todavía qué denotan sus símbolos. La ecuación  $y = ax + b$  puede describir muchos sistemas, o ninguno, dependiendo de cómo se hagan corresponder sus símbolos con cantidades y condiciones. La sección siguiente examina la idea de que la notación cambia lo que puede verse y manipularse.

## 3. La notación cambia lo que puede verse y manipularse

La notación no es un envoltorio transparente de un pensamiento que ya existía intacto. Una buena notación hace que ciertas estructuras sean más fáciles de comparar, transformar y reutilizar. Los estudios históricos sobre notación matemática muestran cómo la compresión simbólica puede poner de manifiesto patrones que resultan engorrosos de manejar en prosa [S03].

Esto no significa que la notación cree la verdad matemática. Significa que las representaciones modifican la accesibilidad cognitiva y práctica de las relaciones. La notación algebraica, los sistemas de coordenadas y la notación de operadores hacen que unas operaciones sean fáciles y otras costosas de realizar.

**[C03]** La notación matemática puede reorganizar la accesibilidad de relaciones y operaciones incluso cuando el contenido matemático subyacente no cambia. [S03]

### En qué punto estamos

La notación no es un envoltorio transparente de un pensamiento que ya existía intacto. Los estudios históricos sobre notación matemática muestran cómo la compresión simbólica puede poner de manifiesto patrones que resultan engorrosos de manejar en prosa [S03]. La sección siguiente examina la idea de que la formalización hace inspeccionables las reglas.

## 4. La formalización hace inspeccionables las reglas

La formalización sustituye muchas convenciones tácitas por gramáticas, definiciones y reglas de inferencia explícitas. La lógica matemática hizo posible estudiar las propias teorías matemáticas como objetos formales [S02,S04]. Los asistentes de demostración modernos extienden computacionalmente esa idea: definiciones y pruebas pueden codificarse en un lenguaje formal que una máquina analiza y contrasta con un sistema fundacional [S05].

La ganancia es auditabilidad, no omnisciencia. La verificación formal comprueba una derivación con respecto a las definiciones, axiomas, bibliotecas y entorno de software codificados. No decide si una formalización científica eligió el fenómeno correcto que debía representar.

**[C04]** La formalización puede hacer mecánicamente inspeccionables los compromisos sintácticos e inferenciales, mientras deja la elección y la interpretación de la formalización como un problema separado. [S04,S05]

### En qué punto estamos

La formalización sustituye muchas convenciones tácitas por gramáticas, definiciones y reglas de inferencia explícitas. La ganancia es auditabilidad, no omnisciencia. Los asistentes de demostración modernos extienden computacionalmente esa idea: definiciones y pruebas pueden codificarse en un lenguaje formal que una máquina analiza y contrasta con un sistema fundacional [S05]. La sección siguiente examina la idea de que una demostración matemática es más que una cadena impresa de símbolos.

## 5. Una demostración matemática es más que una cadena impresa de símbolos

La práctica matemática suele comunicar las demostraciones en una forma socialmente comprimida. Los argumentos publicados omiten transformaciones elementales, descansan en definiciones compartidas y a menudo mezclan prosa, ecuaciones y diagramas. Por ello, la filosofía contemporánea de la práctica matemática distingue las derivaciones formales de las demostraciones informales o semiformales que los matemáticos escriben y evalúan realmente [S06].

Una demostración puede tener, en consecuencia, dos criterios relacionados: que su conclusión se siga conforme a las reglas matemáticas aceptadas y que la presentación haga inteligible y comprobable para su audiencia el razonamiento relevante.

**[C05]** Las demostraciones matemáticas ordinarias suelen presentarse en lenguaje natural intercalado con símbolos formales y no como derivaciones formales completamente expandidas. [S06]

### En qué punto estamos

La práctica matemática suele comunicar las demostraciones en una forma socialmente comprimida. Una demostración puede tener, en consecuencia, dos criterios relacionados: que su conclusión se siga conforme a las reglas matemáticas aceptadas y que la presentación haga inteligible y comprobable para su audiencia el razonamiento relevante. La sección siguiente examina la idea de que un lenguaje formal puede tener varias interpretaciones.

## 6. Un lenguaje formal puede tener varias interpretaciones

Una razón por la que los sistemas formales son reutilizables es que una misma sintaxis puede admitir distintos modelos o interpretaciones. Es una fortaleza, pero impide identificar de manera simple una ecuación con una única realidad física.

En ciencia aplicada, una estructura matemática solo se convierte en modelo de un sistema objetivo después de especificar variables, parámetros, condiciones de contorno y relaciones de correspondencia [S01,S07]. KNO-013 trata la adecuación de los modelos; aquí el punto es más estrecho y representacional: la forma matemática subdetermina su aplicación.

**[C06]** La reutilización de una misma estructura matemática entre dominios depende de la interpretación; la estructura formal por sí sola no selecciona su objetivo científico. [S01,S07]

### En qué punto estamos

Una razón por la que los sistemas formales son reutilizables es que una misma sintaxis puede admitir distintos modelos o interpretaciones. Es una fortaleza, pero impide identificar de manera simple una ecuación con una única realidad física. La interpretación sigue siendo necesaria. La sección siguiente examina la idea de que la abstracción es una capacidad, no un defecto.

## 7. La abstracción es una capacidad, no un defecto

Las matemáticas suelen suprimir detalle material para preservar estructura. Un mismo grupo, grafo, ecuación diferencial o espacio de probabilidad puede ser instanciado por sistemas de composición física muy diferente. Esa abstracción favorece la transferencia de métodos entre dominios.

Pero la abstracción también crea una puerta de control: los rasgos omitidos deben ser verdaderamente irrelevantes para la pregunta planteada. La derivación matemática puede ser exacta dentro de la abstracción mientras la abstracción resulta científicamente inadecuada.

**[C07]** La abstracción matemática favorece la transferencia al preservar estructura seleccionada entre dominios diferentes, pero la adecuación científica depende de que los rasgos omitidos sean irrelevantes para la pregunta objetivo. [S02,S07]

### En qué punto estamos

Las matemáticas suelen suprimir detalle material para preservar estructura. Un mismo grupo, grafo, ecuación diferencial o espacio de probabilidad puede ser instanciado por sistemas de composición física muy diferente. Esa abstracción favorece la transferencia de métodos entre dominios. La sección siguiente examina la idea de que las matemáticas pueden expresar relaciones con mayor precisión que la prosa.

## 8. Las matemáticas pueden expresar relaciones con mayor precisión que la prosa

El lenguaje natural puede decir que una cantidad aumenta con otra; una ecuación puede especificar la relación funcional, la dependencia de parámetros y los casos límite. También pueden hacerse explícitas las unidades, los dominios y los supuestos. Esa precisión es una de las razones por las que las matemáticas son indispensables en las ciencias cuantitativas maduras.

Sin embargo, la precisión de expresión no debe confundirse con la precisión del conocimiento. Un modelo puede contener muchos dígitos significativos mientras sus parámetros están mal medidos o su estructura es incorrecta. KNO-015 establece la frontera correspondiente a la incertidumbre.

**[C08]** La representación matemática puede aumentar la precisión sobre relaciones y supuestos sin garantizar que las cantidades representadas o el modelo sean empíricamente exactos. [S07]

### En qué punto estamos

El lenguaje natural puede decir que una cantidad aumenta con otra; una ecuación puede especificar la relación funcional, la dependencia de parámetros y los casos límite. Sin embargo, la precisión de expresión no debe confundirse con la precisión del conocimiento. La sección siguiente examina la idea de que calcular y explicar no son lo mismo.

## 9. Calcular y explicar no son lo mismo

Una derivación puede producir un resultado numérico correcto sin explicar por qué ocurre el fenómeno. A la inversa, un argumento explicativo puede depender de una estructura cualitativa y no de un cálculo largo. Por ello, filósofos de las matemáticas y de la ciencia distinguen demostración, cálculo, predicción y explicación en lugar de tratarlos como sinónimos [S06,S07].

La distinción importa para la comunicación. «La ecuación da el número correcto» es evidencia de adecuación empírica en un dominio comprobado, no automáticamente una explicación del mecanismo.

**[C09]** Cálculo correcto, demostración válida, predicción acertada y explicación científica son logros epistémicos relacionados pero no idénticos. [S06,S07]

## En qué punto estamos

Una derivación puede producir un resultado numérico correcto sin explicar por qué ocurre el fenómeno. A la inversa, un argumento explicativo puede depender de una estructura cualitativa y no de un cálculo largo. Por ello, filósofos de las matemáticas y de la ciencia distinguen demostración, cálculo, predicción y explicación en lugar de tratarlos como sinónimos [S06,S07]. La sección siguiente pregunta por qué las matemáticas funcionan tan bien en ciencia.

## 10. ¿Por qué funcionan tan bien las matemáticas en ciencia?

Wigner planteó célebremente la eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales como algo que, en sí mismo, exige explicación [S08]. Su ensayo es históricamente importante porque identifica un problema real: estructuras matemáticas desarrolladas con una autonomía considerable encuentran a menudo, más tarde, aplicaciones científicas sorprendentes.

Pero esa observación no decide qué son las matemáticas. No demuestra el platonismo, el formalismo, el estructuralismo ni la afirmación de que el universo literalmente «sea matemáticas». Esas son posiciones filosóficas que requieren argumentos adicionales.

**[C10]** La aplicación exitosa de las matemáticas a la ciencia natural es un hecho empírico y filosófico que debe explicarse, no una prueba por sí sola de una única ontología de las matemáticas. [S02,S08]

## En qué punto estamos

Wigner planteó célebremente la eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales como algo que, en sí mismo, exige explicación [S08]. Pero esa observación no decide qué son las matemáticas. No demuestra el platonismo, el formalismo, el estructuralismo ni la afirmación de que el universo literalmente «sea matemáticas». La sección siguiente examina las matemáticas como infraestructura cognitiva externa.

## 11. Las matemáticas como infraestructura cognitiva externa

Las matemáticas escritas permiten que el razonamiento persista fuera de una única memoria de trabajo. Las expresiones pueden copiarse, transformarse, comprobarse y compartirse. Una notación puede conservar estados intermedios de modo que una inferencia larga no tenga que reconstruirse mentalmente desde cero [S03,S05].

Esto conecta KNO-017 con KNO-022, que tratará la computación como memoria externa de forma más general. Aquí la afirmación más estrecha es que las matemáticas simbólicas constituyen una tecnología externa de representación además de una disciplina abstracta.

**[C11]** Las inscripciones matemáticas y las representaciones formales pueden funcionar como estados externos y revisables dentro de cadenas extendidas de razonamiento. [S03,S05]

## En qué punto estamos

Las matemáticas escritas permiten que el razonamiento persista fuera de una única memoria de trabajo. Una notación puede conservar estados intermedios de modo que una inferencia larga no tenga que reconstruirse mentalmente desde cero [S03,S05]. Aquí la afirmación más estrecha es que las matemáticas simbólicas constituyen una tecnología externa de representación además de una disciplina abstracta. La sección siguiente sintetiza la respuesta a la pregunta central del artículo.

## 12. Respuesta: las matemáticas contienen lenguajes, pero no se agotan en ellos

La respuesta más fuerte que puede defenderse es, por tanto, condicional. Las matemáticas contienen lenguajes formales y dependen en gran medida de convenciones simbólicas aprendidas. Estos lenguajes proporcionan representación compacta y estructura inferencial explícita. Pero las matemáticas tal como se practican también incluyen interpretación, razonamiento informal, diagramas, ejemplos, estrategias de demostración y juicios sobre relevancia.

Llamar a las matemáticas «un lenguaje» es útil cuando resalta la representación y la inferencia gobernada por reglas. Es demasiado fuerte cuando reduce todas las matemáticas a sintaxis o trata los símbolos como si se interpretaran a sí mismos.

**[C12]** «Las matemáticas son un lenguaje» es defendible como metáfora metodológica de sus sistemas representacionales y gobernados por reglas, pero no como descripción exhaustiva de la práctica matemática. [S01,S02,S06]

### En qué punto estamos

La respuesta más fuerte que puede defenderse es, por tanto, condicional. Pero las matemáticas tal como se practican también incluyen interpretación, razonamiento informal, diagramas, ejemplos, estrategias de demostración y juicios sobre relevancia. Estos lenguajes proporcionan representación compacta y estructura inferencial explícita. Es demasiado fuerte cuando reduce todas las matemáticas a sintaxis o trata los símbolos como si se interpretaran a sí mismos. La sección siguiente delimita el alcance de KNO-017.

## 13. Frontera de KNO-017

KNO-017 **no** decide si los objetos matemáticos existen independientemente de las mentes, si la verdad matemática se descubre o se inventa, ni qué filosofía de las matemáticas es correcta. Esas preguntas pertenecen a la serie conceptual IDE.

Tampoco trata en profundidad los diagramas y las codificaciones visuales; eso corresponde a KNO-018. Ni aborda la computación como tecnología general de memoria externa; eso corresponde a KNO-022.

El resultado metodológico es más acotado: la notación matemática, los lenguajes formales y la demostración son herramientas que hacen las relaciones representables, transformables, comunicables e inspeccionables, pero su aplicación al mundo requiere interpretación y evidencia más allá de la sintaxis.

### En qué punto estamos

KNO-017 no decide si los objetos matemáticos existen independientemente de las mentes, si la verdad matemática se descubre o se inventa, ni qué filosofía de las matemáticas es correcta. Esas preguntas pertenecen a la serie conceptual IDE. Esto delimita el alcance del artículo y prepara la síntesis final sin ampliar la afirmación más allá de lo establecido en las secciones anteriores.

## Lo que sabemos y cómo lo sabemos

Las matemáticas utilizan lenguajes formales con sintaxis e interpretación, y la notación puede hacer el razonamiento más inspeccionable y manejable. Sin embargo, demostración, significado, modelización y explicación dependen de prácticas e interpretaciones que no se agotan en cadenas de símbolos.

## Lo que todavía no sabemos

La analogía lingüística no resuelve qué son las matemáticas, por qué sus estructuras se aplican con tanta eficacia en ciencia ni si los objetos matemáticos se descubren, se inventan o se describen de otra manera.

## Qué podría hacernos cambiar de opinión

El alcance de la analogía debe reconsiderarse si una propuesta explica la notación formal pero no la demostración, la interpretación, la abstracción o la modelización aplicada, o si otro marco captura mejor esas funciones sin tratar toda la matemática como lingüística.

## Si solo recuerdas una cosa

Las matemáticas contienen lenguajes y los usan poderosamente, pero el conocimiento matemático es más amplio que los sistemas formales en que se escribe.

## Artículos relacionados

- KNO-003 · From Marks to Symbols
- KNO-013 · Models, Maps and Reality
- KNO-016 · How Evidence Is Built: Putting the Tools Together
- KNO-018 · Images, Diagrams and Visualisation

## Referencias

[S01] Shapiro, Stewart; Kouri Kissel, Teresa. "Classical Logic." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Fall 2022 archive, substantive revision 29 June 2022. <https://plato.stanford.edu/archives/fall2022/entries/logic-classical/>

[S02] Horsten, Leon. "Philosophy of Mathematics." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Spring 2022 Edition, substantive revision 25 January 2022. <https://plato.stanford.edu/archives/spr2022/entries/philosophy-mathematics/>

[S03] Mazur, Joseph. *Enlightening Symbols: A Short History of Mathematical Notation and Its Hidden Powers*. Princeton University Press, 2014/2016 online edition. DOI: 10.23943/princeton/9780691173375.001.0001.

[S04] Weir, Alan. "Formalism in the Philosophy of Mathematics." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Fall 2024 Edition, substantive revision 20 February 2024. <https://plato.stanford.edu/archives/fall2024/entries/formalism-mathematics/>

[S05] Avigad, Jeremy; Commelin, Johan; Macbeth, Heather; Topaz, Adam. "Anatomy of a Formal Proof." arXiv:2411.11885, 2024. <https://arxiv.org/abs/2411.11885>

[S06] Tanswell, Fenner Stanley. *Mathematical Rigour and Informal Proof*. Cambridge University Press, 2024. Cambridge Elements in the Philosophy of Mathematics.

[S07] Frigg, Roman; Hartmann, Stephan. “Models in Science.” *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Summer 2025 Edition, substantive revision 2 April 2025. <https://plato.stanford.edu/archives/sum2025/entries/models-science/>

[S08] Wigner, Eugene P. “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences.” *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13(1), 1960, 1–14. DOI: 10.1002/cpa.3160130102.